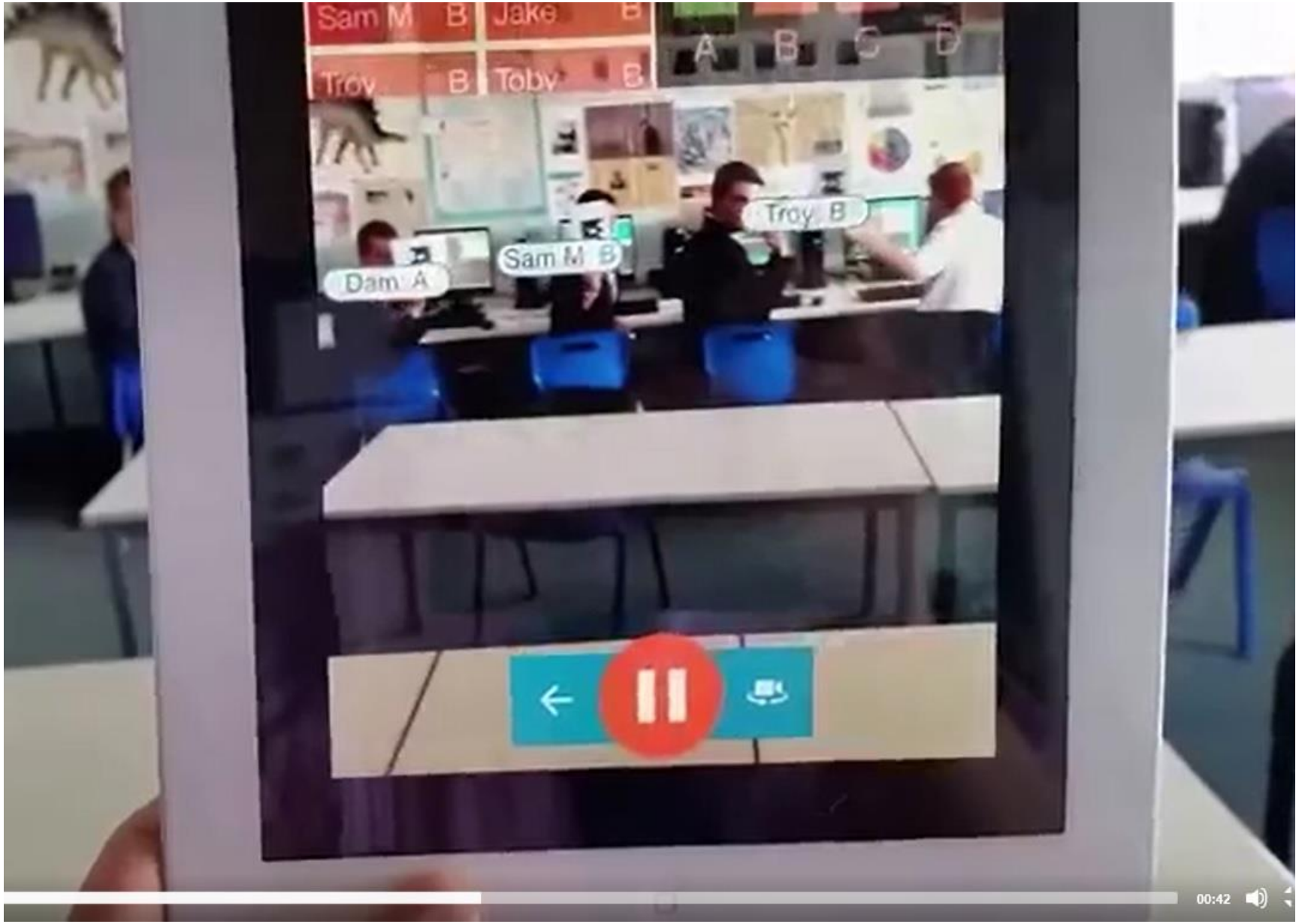
Enseigner la **proportionnalité** au cycle 3

Sandrine Delaunay et Hélène Poisson Conseillères pédagogiques

Situations de proportionnalité ou pas ? Pourquoi?

QCM - flashcodes de Plikers


Sam M B
Jake B
Troy B
Toby B
A B C D
Troy B
Sam M B
Dam A
00:42

Quand on vous dit
« ***proportionnalité*** »
dans votre pratique de classe
à quoi pensez-vous ?

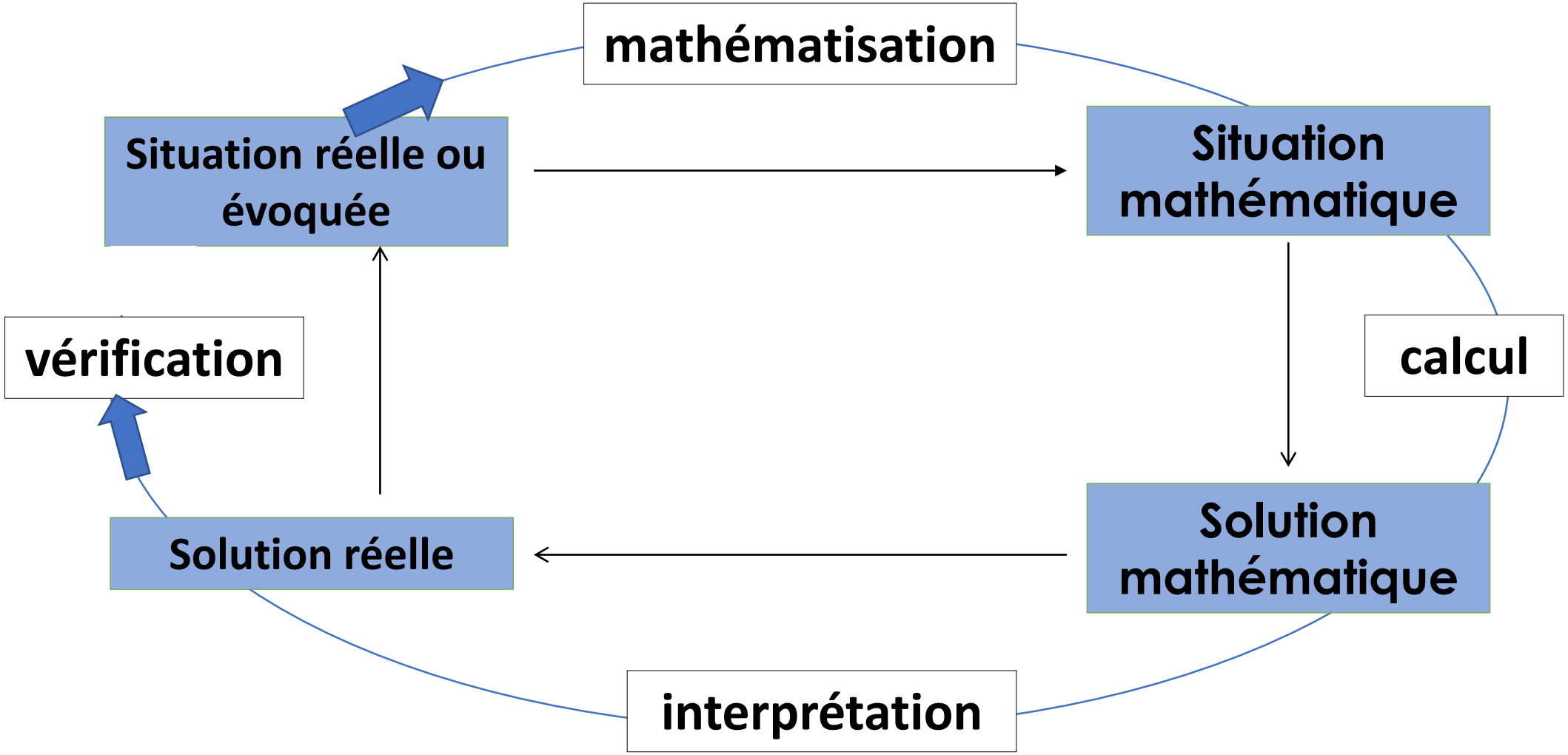
- **Fil conducteur pour travailler** :
  - la résolution de problèmes
  - l’esprit critique
  - la prise d’initiative et l’autonomie

- Apprentissage **continu et progressif** sur le cycle

- Comprendre et de traiter de nombreuses notions du programme.

- **Dès la maternelle**: jeux d’échanges
- **Dès le cycle 2**: résolution de problèmes multiplicatifs
- **Au cycle 3**: diverses situations relevant de la proportionnalité auxquelles donner du sens.
- Une modélisation du réel
- Un incontournable de toutes les disciplines scientifiques, géographique, méthodologique
- Situations relevant ou non de la proportionnalité
- Disposer d’un répertoire de procédures, s’appuyant toujours sur le sens

La proportionnalité : une modélisation du réel



PISA 2003

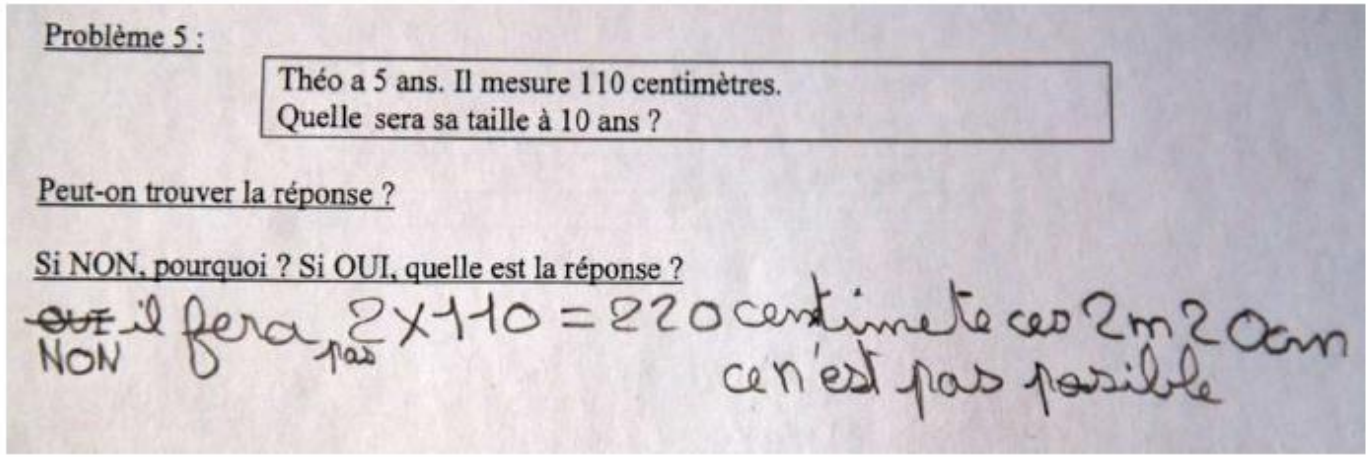
Exemple de cycle de modélisation

Situation réelle
« Théo a 5 ans. Il mesure 110 cm.
Quelle sera sa taille à 10 ans ? »

mathématisation

Situation mathématique
5 → 110
10 → ?

calcul



Problème 5 :

Théo a 5 ans. Il mesure 110 centimètres.
Quelle sera sa taille à 10 ans ?

Peut-on trouver la réponse ?

Si NON, pourquoi ? Si OUI, quelle est la réponse ?

~~OUI~~ NON il fera pas 2X110 = 220 centimetre ce 2m20cm
ce n'est pas possible

vérification

Solution réelle
« Il fera 220 cm. »

interprétation

Solution mathématique
2 X 110 = **220**

ATTENTION

LA PROPORTIONNALITE N'EST QUAND MEME PAS PARTOUT

IMPOSSIBLE

La taille n'est pas proportionnelle à l'âge et heureusement,...

vous imaginez **6,40 m à 56 ans**

Repères de progressivité dans les programmes

Définition

On dit que **deux mesures** sont **proportionnelles** quand on peut passer de l'une à l'autre en multipliant ou en divisant par une **même constante** non nulle. Dans le cas où l'on multiplie, cette constante est appelée coefficient de proportionnalité.

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE

éduSCOL Informer et accompagner les professionnels de l'éducation

CYCLES 2 3 4

MATHÉMATIQUES

Proportionnalité

Résoudre des problèmes de proportionnalité au cycle 3

Ils sont composés de **3 thèmes d'étude** :

Nombres et calculs - Grandeurs et mesures - Espace et géométrie

Points d'attention pour enseigner la proportionnalité :

1. La reconnaissance des situations de proportionnalité / non proportionnalité.
2. L' enseignement progressif des différentes procédures pour traiter les situations de proportionnalité.
3. Les relations entre les nombres, comme variable didactique
4. La place de l'étayage, de la différenciation

Nombres et calculs

CM1

Le recours aux **propriétés linéaires (multiplicatives et additives)** avec des nombres entiers.
Ces propriétés doivent être **explicitées.**

Dés la période 1, des situations de proportionnalité de **la vie courante** peuvent être proposées (recettes…).
Dès la période 2, **la formalisation des propriétés** se fait progressivement.

CM2

Dés la période 1, **passage par l'unité**

Dès la période 3, le **symbole %**

6ème

Tout au long de l'année, utilisation explicite du **coefficient de proportionnalité**
Dès la période 2, application du pourcentage simple:
10% , 25% , 50% , 75%
Dès la période 3, application du pourcentage dans des registres variés.

Grandeurs et mesures

CM1

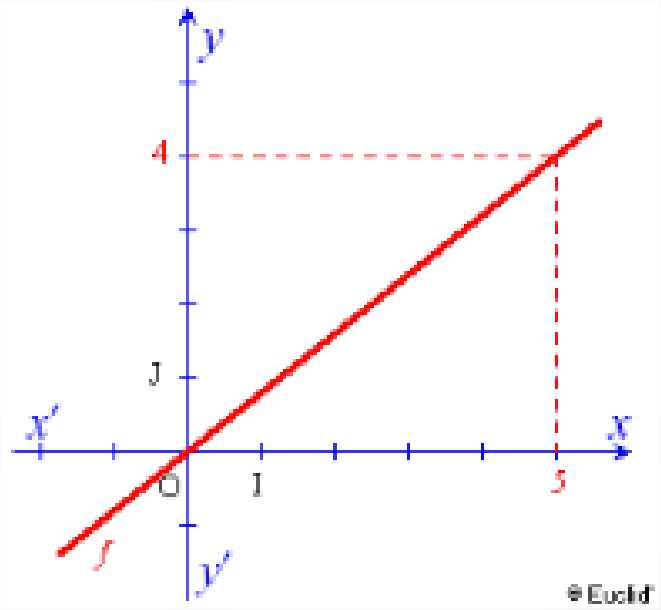
Les élèves commencent à identifier et à résoudre des **problèmes** de proportionnalité portant **sur des grandeurs**

CM2

Des situations très simples impliquant des **échelles** et des **vitesses constantes** peuvent être rencontrées.

6ème

Les élèves construisent des représentations de données sous la forme de **diagrammes** circulaires ou semi-circulaires.



Espace et géométrie

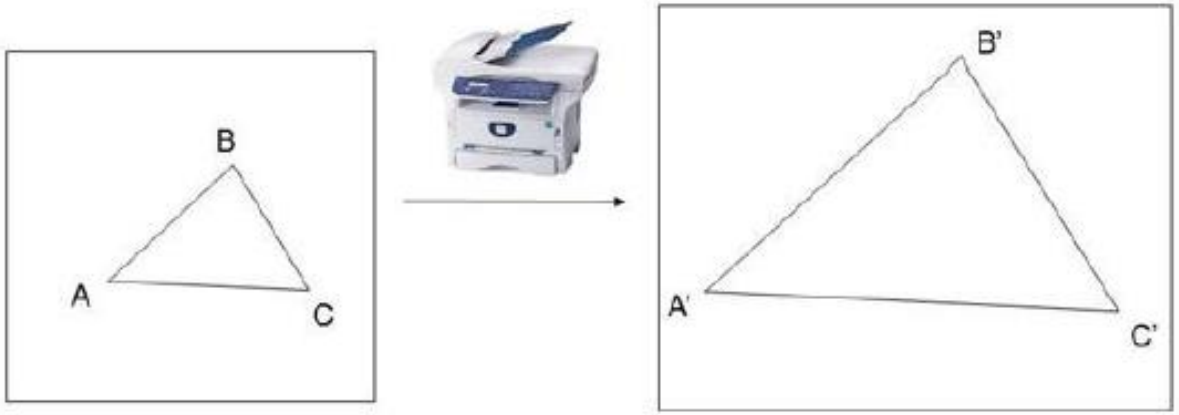
CM1

CM2

Les élèves **agrandissent ou réduisent une figure** dans un **rapport simple** donné (par exemple x ½ , x2 , x3)

6ème

Les élèves agrandissent ou réduisent une figure dans un **rapport plus complexe** qu'en CM (par exemple x 3/2 , x 3/4)
Ils reproduisent une figure à **une échelle** donnée.



➢ Pour faire apparaître les procédures…

Résolvons des problèmes

1. Résolution de problèmes par groupes

2. Mise en commun des procédures utilisées, par groupes

3. Analyse tous ensemble !

Enoncé 1

Dans le livre de recettes de Corentin, on donne la recette pour faire 15 crêpes ou 25 crêpes :

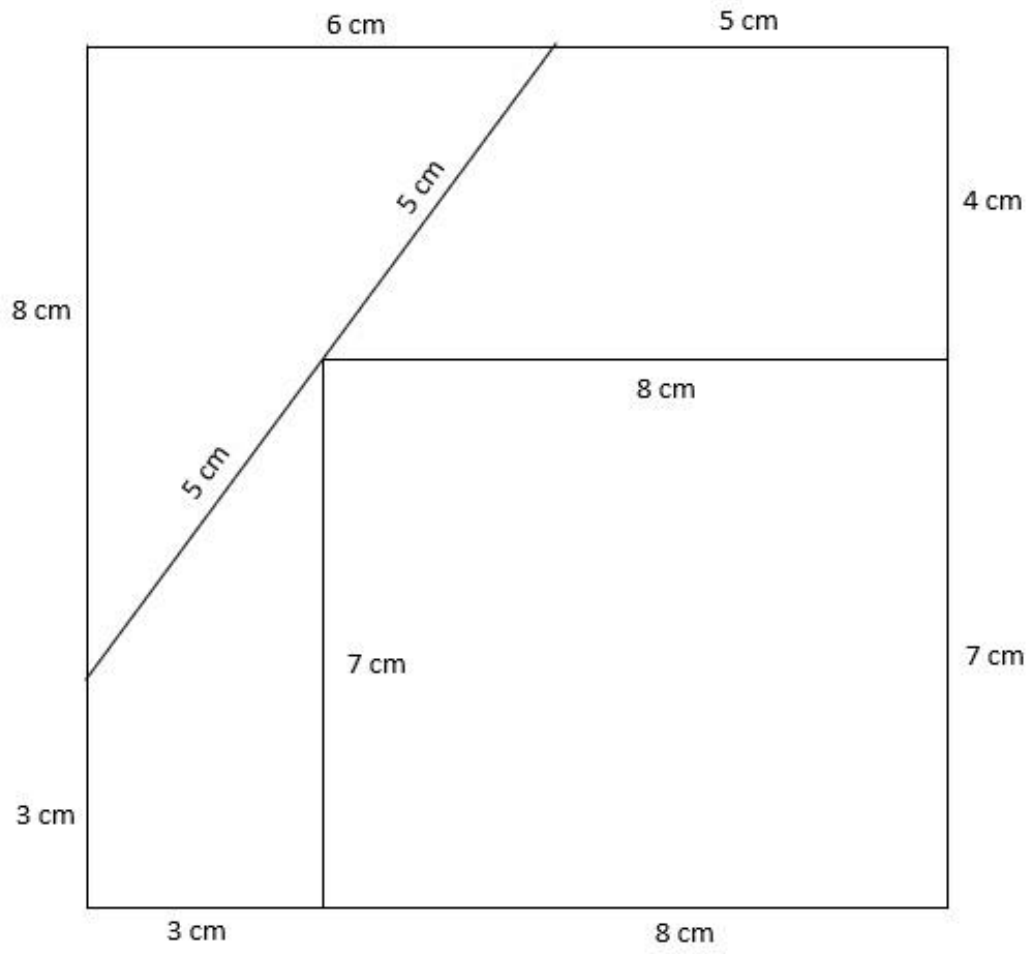
Pour 15 crêpes
300 g de farine
3 œufs
75 cL de lait
3 cuillères à soupe d'huile

Pour 25 crêpes
500 g de farine
5 œufs
125 cL de lait
5 cuillères à soupe d'huile

Mais Corentin veut faire seulement 10 crêpes.
Quelles sont les quantités nécessaires pour chaque ingrédient, pour réaliser 10 crêpes ?

Enoncé 2 Voici un puzzle carré

Vous allez devoir construire « le même » mais en plus grand.
À la fin, il faudra pouvoir le reconstituer exactement avec les pièces agrandies.



énoncé A

Le segment indiqué « 4 cm » devra mesurer en réalité 8 cm sur votre puzzle.
Chaque élève du groupe doit agrandir la pièce qui lui est attribuée.
Chaque élève devra rédiger sur une feuille un compte-rendu, avec le raisonnement et tous les calculs, pour que n'importe quel membre du groupe puisse ensuite expliquer au reste de la classe ce qui a été fait dans le groupe.

énoncé B

Le segment indiqué « 4 cm » devra mesurer en réalité 12 cm sur vc

énoncé C

Le segment indiqué « 4 cm » devra mesurer en réalité 6 cm sur votre puzzle.

Propriétés de linéarité de l'addition, multiplication, division

+ = :4

Crêpes	15	25	40	10
Farine	300	500	?	?

+ = :4

- =

Crêpes	25	15	10
Farine	500	300	?

- =

25:5 x2

Multiple de 5

Crêpes	15	25	5	10
Farine	300	500	?	?

:5 x2

La passage à l'unité

Nombre de crêpes	15	1	40
Poids de la farine(en g)	300	20	800

Passage à l'unité

Je calcule la quantité de farine pour une crêpe: 300:15 = 20g

Additivité

Je calcule le poids pour 40 crêpes: 20 x 40 =800g

➢ Retour sur le puzzle…

Dans **l'énoncé A** Le segment indiqué « 4 cm » devra mesurer en réalité 8 cm sur votre puzzle.

Procédures:

-> par coefficient de proportionnalité : **x 2**

-> Par linéarité : 4 cm -> 8 cm
alors 8 cm -> 16 cm

Dans **l'énoncé B** Le segment indiqué « 4 cm » devra mesurer en réalité 12 cm sur votre puzzle.

Procédures:

-> par coefficient de proportionnalité: **x 3**

-> Par linéarité : 4 cm -> 12 cm
alors 8 cm -> 24 cm

Dans **l'énoncé C** Le segment indiqué « 4 cm » devra mesurer en réalité 6 cm sur votre puzzle.

Procédures:

-> Procédure par coefficient de proportionnalité: **x 1,5**

-> Par linéarité : 4 cm -> 6 cm
alors 8 cm -> 12 cm

Niveau de difficulté ?

Enoncé A : notion de double

Enoncé B : notion de triple

Enoncé C : notion de moitié en plus

Le coefficient de proportionnalité

Mesures (en cm)	4	7	6	8	5	3
Agrandissement (en cm)	12	21	18	24	15	9

X 3

Je suis le coefficient de proportionnalité

Le nombre qui permet de passer d'une suite de nombres à l'autre s'appelle le « coefficient de proportionnalité ».

La compréhension de l’unité du coefficient de proportionnalité pose des problèmes puisqu’il s’agit souvent du quotient hors tables de multiplications.

La règle de trois

La règle de trois utilise deux procédures de calculs :

1. Le passage à l'unité
2. Les propriétés de linéarités de la multiplication et division

Je vais donc procéder par 3 étapes (d'où le nom) et effectuer la règle de trois suivante:

1. **On a les données suivantes de l'énoncé:**
   300g de farine pour 15 crêpes
2. **On peut calculer le poids pour 1 crêpe:**
   300 : 15 = 20g par crêpe
3. **On peut calculer le poids pour 10 crêpes:**
   20g x 10 = 200g

Le produit en croix

Pour trouver la longueur de l'agrandissement du côté de 5 cm, je multiplie 5 x 12 = 60
Le **nombre mystère** multiplié par 4 doit être égal à 60.

en 6ème

Côté (en cm)	4	5
Agrandissement (en cm)	12	15

4 x ? = 5 x 12

3 éléments à prendre en compte

Les procédures	Les nombres et leurs relations	Les situations de proportionnalité
• Propriétés linéaires (additives et multiplicatives) • Retour à l'unité • Coefficient de proportionnalité	• Entiers • Décimaux • Plus ou moins grands • Relation plus ou moins explicite	• Simples et directes • Simples et composées • Multiples

Analyse des manuels et outils de ma classe

Comment s'emparer des exercices proposés?

Quelle démarche de progression ?

Exemple de séquence en classe

Séquence sur la proportionnalité en cycle 3

Proposition d'organisation sur 4 semaines

Chaque semaine :	1 séance sur la numération
	1 séance sur les opérations
	2 séances sur la Résolution de problèmes

Semaine 1 & 2	
Séance 1	
Présentation et explicitation extrême de la situation de référence à l'ensemble du groupe classe. L'énoncé du problème est affiché. Les élèves résolvent le problème au brouillon : évaluation diagnostique	**Les souris (référence)** *Mr Labon élève des souris.* *Il les nourrit toutes de la même façon.* *Pour 3 souris il met 24 graines dans les distributeurs.* *Combien doit-il distribuer de graines pour 6 souris ?*
Séance 2 – 3 - 4	
Les élèves ayant résolu le problème de référence à la séance 1 sont confronté de manière autonome aux variations à partir du problème de référence.	**Les souris (variation 1)** *Mr Labon élève des souris.* *Il les nourrit toutes de la même façon.* *Pour 3 souris il met 24 graines dans les distributeurs.* *Combien doit-il distribuer de graines pour 15 souris ?*
Différenciation : Les autres élèves sont confrontés à un (des) problème(s) proche de la situation de référence avec étayage du maître.	**Le poulailler de Marie** *Choque jour, les poules de Marie pondent autant d'œufs chacune.* *Marie a 5 poules dans un poulailler. Elles ont pondu 20 œufs.* *Dans l'autre poulailler, elle a 10 autres poules.* *Combien va-t-elle ramasser d'œufs dans ce poulailler ?* **Les sauts de kangourou** *Un kangourou fait des sauts très réguliers.* *En 3 sauts il parcourt 12 mètres.* *De combien avance-t-il en faisant 30 sauts ?*
En fin de séance 4	
Evaluation formative : L'enseignant évalue tous les élèves en les confrontant à une situation problème proche de la situation de référence en autonomie.	**Les souris (variation 2)** *Mr Labon élève des souris.* *Il les nourrit toutes de la même façon.* *Pour 3 souris il met 24 graines dans les distributeurs.* *Combien doit-il distribuer de graines pour 10 souris ?*

Semaine 3	
Séance 5	
<u>Retour sur les situations antérieures</u> : **Tri d'énoncés de problèmes :** ➔ Mêmes situations que le problème de référence : recherche de la 4ème proportionnelle ➔ Situation de recettes : trouver le coefficient de proportionnalité	**Le poulailler de Bérénice** *Bérénice élève des poules pondeuses dans un poulailler.* *Elle a 15 poules et récupère 30 œufs par jours. Les poules pondent chacune le même nombre d'œufs chaque jour.* *Elle agrandit son poulailler et a maintenant 20 poules.* *Combien va-t-elle ramasser d'œufs par jour ?* **La laine des moutons** *Emile est éleveur de moutons. Il a un troupeau de 150 moutons.* *Il tond ses moutons 2 fois par an et à chaque tonte il récupère 600kg de laine.* *Il agrandit son troupeau et a maintenant 450 moutons.* *Combien va-t-il récupérer de laine l'année prochaine ?* **Le gâteau aux bananes** *Pour faire un gâteau pour 2 personnes, Loïc doit utiliser 3 bananes, 4 œufs, 100g de sucre et 50cl de lait.* *Quelles quantités d'ingrédients doit-il préparer pour faire ce dessert pour 4 personnes ?* **Le cocktail de jus de fruits** *Pour un goûter d'anniversaire on prépare un cocktail de jus de fruits. Pour 2 enfants, on mélange 50 cl de jus d'ananas, 10 cl de jus de pommes et 100 cl de jus d'orange.* *Quelle est la recette du même cocktail pour 6 enfants ?* **Les crumbles aux pommes** *Les ingrédients suivants sont nécessaires pour préparer des crumbles aux pommes pour 30 personnes :* • *750g de sucre* • *1200g de farine* • *600g de beurre* • *3300g de pommes* *Quel poids faut-il pour chaque ingrédient dans une recette de 10 personnes ?*

Séance 6	
Ecriture d'énoncés se rapprochant de telle ou telle situation référente **« Les souris »**	<u>Exemple :</u> **Les cartes** *Emilie distribue autant de cartes à chacun de ses 3 amis.* *Elle en distribue 18.* *5 de ses amis arrivent en retard.* *Combien de cartes doit-elle reprendre dans le paquet pour leur en distribuer autant chacun.*
Différenciation : ➔ Niveaux de difficulté de compréhension du problème ➔ Rapports internes simples ou complexes	

Semaine 4

Séance 7 - 8

Résolution de « *problèmes pour chercher* » en lien avec la situation de référence :

Aides possibles :

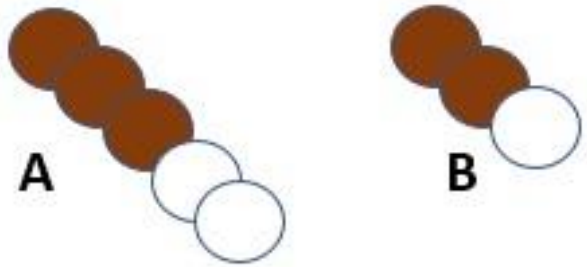
- ➔ Manipulation
- ➔ Schématisation, dessin
- ➔ Mathématisation de la situation (tableau, fléchage des nombres, carte mentale…)
- ➔ Réalisation de la recette pour validation du goût

Prolongement :

- ➔ Proportionnalité ou pas ? Pourquoi ?
- ➔ Ecrire une situation proportionnelle pour chacun des énoncés

Le lait au chocolat

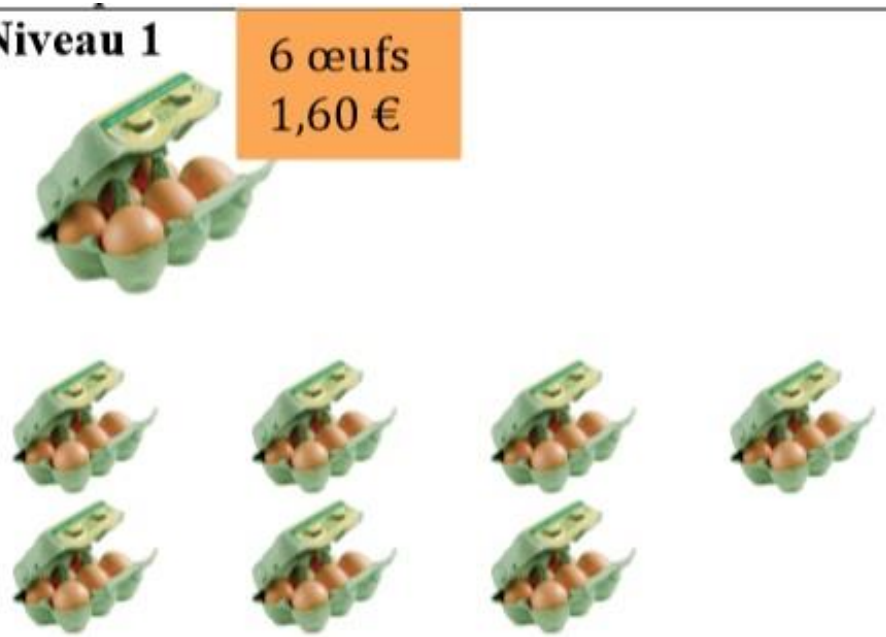
On prépare une boisson chocolatée en mélangeant du chocolat et du lait.
*Dans la recette **A** on mélange 3 parts de chocolat et 2 parts de lait.*
*Dans la recette **B** on mélange 2 parts de chocolat et 1 part de lait.*
Quel mélange aura le plus le goût de chocolat ?



Le sirop

Marion prépare du sirop dans les 2 bouteilles A et B.
Dans la bouteille A, elle met 4 verres d'eau et 2 morceaux de sucre.
Dans la bouteille B elle met 12 verres d'eau et 10 morceaux de sucre.
Caroline, Pierre et Sophie goûte les préparations.
Caroline dit : « C'est le sirop de la bouteille A qui est le plus sucré ! »
Sophie dit : « C'est le sirop de la bouteille B qui est le plus sucré ! »
Pierre dit : « Les deux sirops sont pareils ! »
Qui a raison ? Explique pourquoi

Différenciation

Niveau 1  Quel est le prix de 42 œufs?	**Niveau 2** Quel est le prix de 42 œufs?
Niveau 3 A l'épicerie, les œufs sont vendus par boîte de six au prix de 1,60 € la boîte. Combien coûtent 42 œufs?	**Niveau 4** Marc veut acheter quarante-deux œufs à l'épicerie. Celle-ci propose les œufs par boîtes de quatre au prix de 1,20 € la boîte ou par boîte de six au pris de 1,60 € la boîte. Quel choix fera-t-il et combien devra-t-il payer?

Les variables didactiques en CM1 – CM2 – 6ème

On dispose d’un sac de billes identiques.

= 51 g

= 85 g

Début CM1

Linéarité somme et différence

Quelle est la masse
de 8 billes ?
de 2 billes ?

Fin CM1

Linéarité somme / différence / double et mixte (facile à identifier)

Quelle est la masse
de 6 billes ?
de 10 billes ?
de 13 billes?
de 7 billes ?

On dispose d’un sac de billes identiques.

= 51 g

= 85 g

Début CM2

Linéarité somme / différence / multiple /diviseur / mixte

Quelle est la masse
de 21 billes ?
de 28 billes ?
de 500 billes ?
de 250 billes ?
de 125 billes ?

Fin CM2

Linéarité et passage à l’unité

Quelle est la masse
de 20 billes ?
de 21 billes ?
de 1 bille ?
de 87 billes ?

On dispose d’un sac de billes identiques.

= 51 g

= 85 g

Début 6ème

Linéarité / passage à l’unité et coefficient de proportionnalité

A l’aide d’un tableur donner la masse de tous les paquets de moins de 180 billes.

Fin 6ème

Linéarité / passage à l’unité /coefficient de proportionnalité / tableau de proportionnalité

Résumer sous forme de tableau la situation de la masse des billes en sachant faire apparaître les opérations de linéarité et le coefficient de proportionnalité

➢ Quelques outils…

CANOPE

❖Ressources d’accompagnement du programme de mathématiques du cycle 3 (« éduscol »)

http://eduscol.education.fr/cid101461/ressources-maths-cycle-3.html

–« *Résoudre des problèmes de proportionnalité au cycle 3* »

– Le puzzle

–La mousse au chocolat

➢ Quelques outils vidéo pour réfléchir ensemble…

Des films agités **pour bien cogiter**

7 résultats pour **proportionnalité**

✚ Affiner ma recherche

Proportionnalité et échelles
Organisation et gestion des données

Proportionnalité, agrandissements et réductions
Organisation et gestion des données

Découvrir la proportionnalité
Organisation et gestion des données

Reconnaître une situation de proportionnalité

Organisation et gestion des données

Proportionnalité et mesures

Organisation et gestion des données

Proportionnalité et pourcentages

Organisation et gestion des données

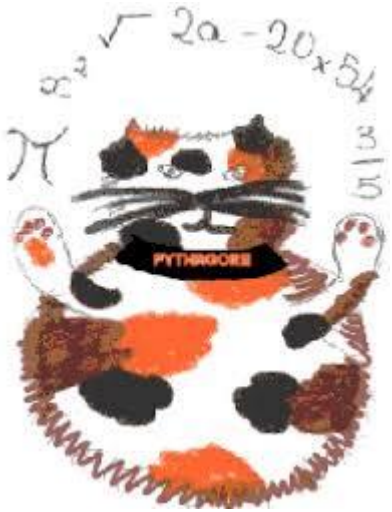
Proportionnalité et vitesses

Organisation et gestion des données

La proportionnalité CM2

Des problèmes

- Les pots de peinture
- La crème pâtissière
- Le gâteau de riz
- Le far breton
- La boulangerie
- Les deux roues dentées (1)
- Les deux roues dentées (2)



LE MATOU MATHEUX | CP-CE1 | CE2-CM1 | CM2 | SEGPA1 | SEGPA2 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | Jeux | Dictionnaire

La proportionnalité CM2

L'acier

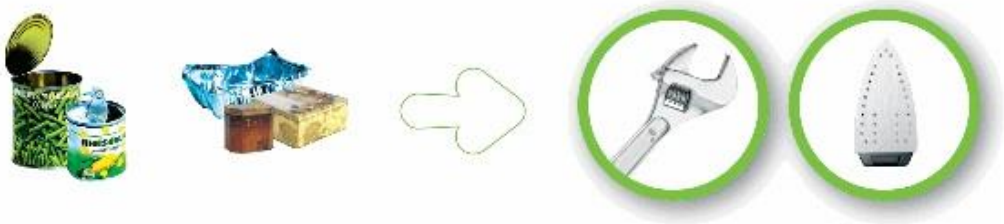


image provenant du site Metro

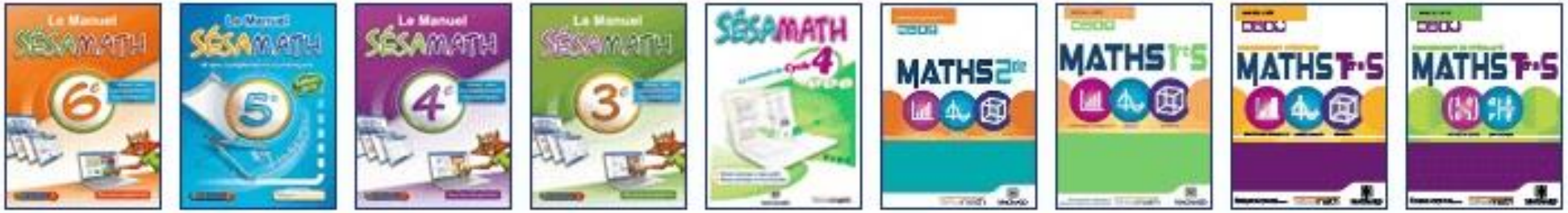
Chaque tonne d'acier recyclé permet d'économiser 1 tonne de minerai de fer.

1 kg d'acier recyclé permet d'économiser _____ kg de minerai de fer. ?

Manuels et cahiers Sésamath

ACCÈS AUX OUVRAGES NUMÉRIQUES

MANUELS



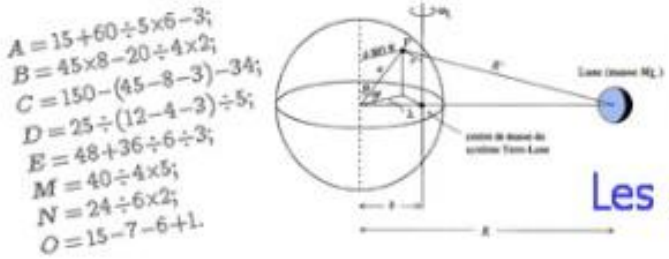
CAHIERS

autres niveaux

+

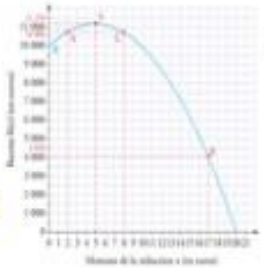
autres éditions

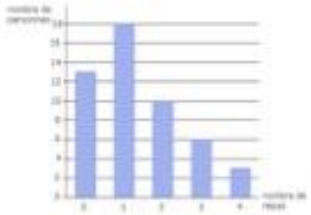
ACCUEIL | TÉLÉCHARGEMENTS | COMMANDES | INFORMATIONS | CONTACT



Mathlantis

Les maths par compétences





Résolution de problèmes

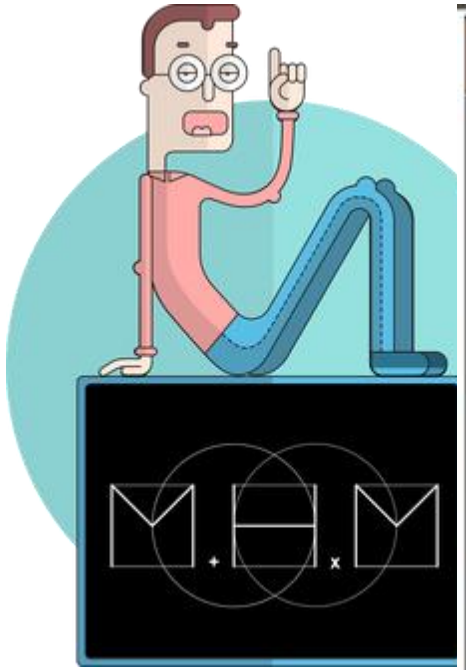
- Pb1. Problèmes Additions
- Pb2. Problèmes Additions
- Pb3. Additions répétées
- Pb4. Problèmes simples
- Pb5. Problèmes de fruits
- Pb5. Problèmes add., multi.
- Pb6. Multiplications des quantités
- Pb7. Divisions des quantités
- Pb8. Choix de l'opération

Proportionnalité

- Pr1. Proportionnalité simple
- Pr2. Proportionnalité simple
- Pr3. Compléter un tableau
- Pr4. Recherche du coefficient(1)
- Pr5. Recherche du coefficient(2)
- Pr6. Recherche du coefficient(3)
- Pr7. Petits problèmes avec tableaux
- Pr7a. Petits problèmes avec tableaux
- Pr7b. Petits problèmes avec tableaux
- Pr8. Proportionnel ou non (1)
- Pr9. Proportionnel ou non (2)
- Pr10. Proportionnel ou non (2)
- Pr11. Proportionnel et graphique
- Pr12. Proportionnel et graphique
- Pr13a. Proportionnel et graphique

Proportionnalité et grandeurs

- Vit1. Proportionnalité et vitesse
- Vit2. Proportionnalité et vitesse
- Vit3. Proportionnalité et vitesse
- Tps5. Conversions de durées
- Tps6. Conversions de durées
- Tps7. Conversions de durées décimales
- Vit4. Introduction formule
- Vit4. Utilisation formule de vitesse



RESOLUTION DE PROBLEMES

– Problème oral (ils ont la calculatrice à disposition) – correction collective. Expliciter la question de la proportionnalité.

S1 : « *Pour soigner sa toux, Mamie prend 5 cl de sirop par jour. Combien de sirop aura-t-elle bu à la fin de la semaine ?* »

(**CM2** : 7,5 cl)

S2 : « *Le camion de la poste prend 25 colis de 6 kg. Quel poids total emporte-t-il ?* »

(**CM2** : 50 colis de 3,5 kg)

S3 : « *Julie est dans le train. Il a fait 50 kms en 20 min. Combien de km va-t-il faire en 1 h ?* »

(**CM2** : en 15 min)

S4 : « *Dans la recette de crème au chocolat, il est écrit qu'il faut 150g de chocolat pour faire 4 pots. Combien de chocolat faut-il pour faire 12 pots ?* »

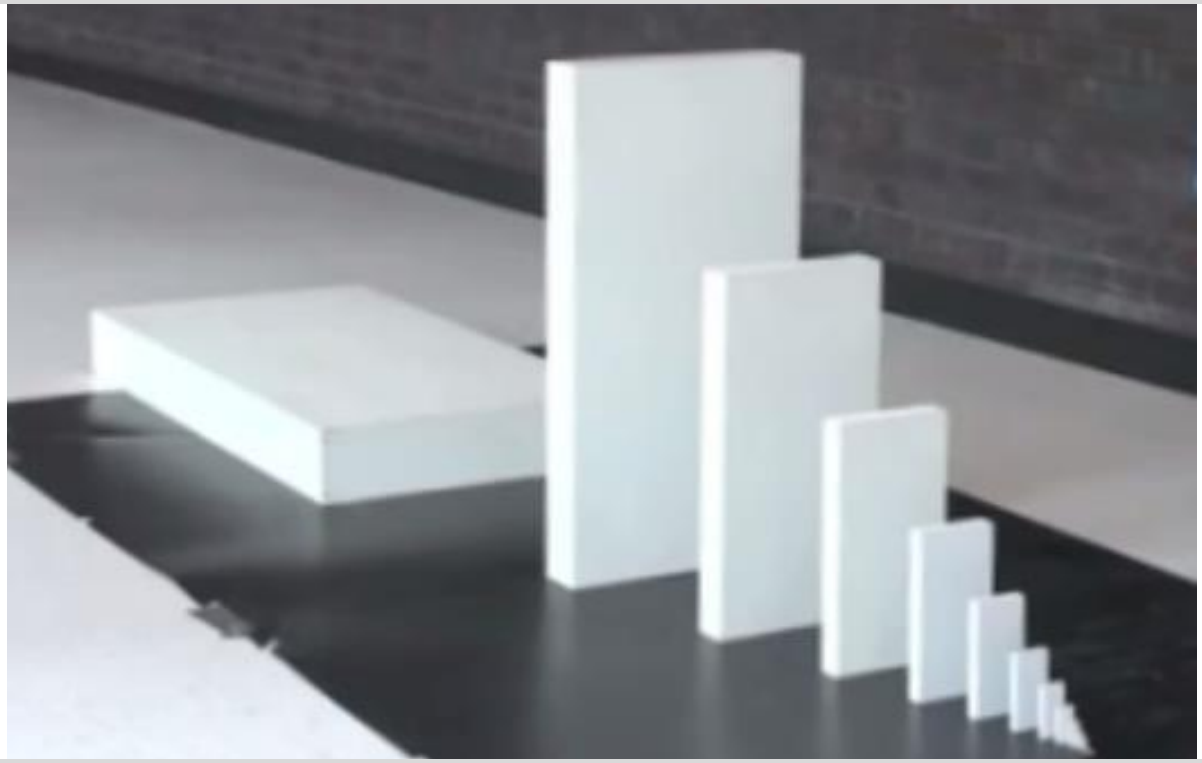
(**CM2** : pour faire 20 pots)

Le but de ces problèmes est de vite trouver la proportionnalité et la résolution.

Points de vigilance dans l'enseignement de la proportionnalité

- **modélisation du réel: anticiper les variables du réel**
- Vérifier si la situation est **plausible**
- **Anticiper les procédures** des élèves
- **Faire expliciter et confronter les différentes procédures**
- Jouer sur **l'interdisciplinarité**
- **Pas de stratégie meilleure qu'une autre:** variable temps
- Travailler **de plusieurs de façons:** rituels, binômes, manipulation, variables d'une même situation…
- Travailler **toutes les semaines:** au moins 10 problèmes
- **Permettre les échanges entre pairs**

Merci de votre attention



Bonne journée à tous !